

Utilisation des Modèles de Markov Caché Pseudo 2D pour la reconnaissance des chiffres manuscrits

A. Sehad¹, I. Oudjoudi², L. Mezai³, L. Sekkai⁴.

^{1,2,3,4} Division Architecture des Systèmes et Multimédia

Centre de Développement des Technologies Avancées

Cité 20 Août, BP 17, Baba Hassen, Alger

Tél. (213)021.35.10.18/40 Fax. (213)021.35.10.39

sehad@yahoo.fr, oudjoudii@yahoo.fr, l_mezai@yahoo.fr, poi_lamia@yahoo.fr.

Résumé

Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode de reconnaissance des chiffres manuscrits qui résout les problèmes de la multiplicité de la forme des chiffres manuscrits ainsi les problèmes d'inclinaison et de taille. Les caractéristiques des chiffres manuscrits sont utilisées et cela en exploitant la structure élastique des Modèles de Markov Caché. L'indépendance en taille et inclinaison est une propriété désirée pour un système de reconnaissance robuste. Une solution pour atteindre ce but est d'implémenter une normalisation de taille et correction d'inclinaison dans l'approche 1D HMM. Nous proposons une architecture de PHMM comprenant un modèle vertical de super-états et des modèles horizontaux, un par super état. On fera la distinction entre le modèle principal composé de super-états et les modèles secondaires associés aux super-états. Pour une image, le modèle principal fera l'analyse selon une direction (la direction verticale) et les modèles secondaires la feront selon l'autre axe. Notre approche permet la reconnaissance des chiffres manuscrits inclinés. Des expérimentations sur une base des chiffres importante montrent des résultats prometteurs avec des temps d'exécutions tolérables.

Mots-clés : Reconnaissance optique des caractères (OCR), reconnaissance des chiffres manuscrits, HMM.

1. Introduction:

La reconnaissance des chiffres manuscrits par ordinateur s'inscrit dans le cadre général de la communication Homme - Machine. Les recherches dans ce domaine datent d'environ de plus de deux décennies, malgré cela, la réalisation d'un système capable de jouer un rôle effectif reste un pari encore ouvert. Cela est dû essentiellement au fait que les chiffres manuscrits présentent une grande complexité par rapport à la forme qui est très variable et par rapport à la dimension du problème d'OCR etc. A cela s'ajoute d'autres problèmes qui ne sont pas liés à la nature des chiffres manuscrits, mais plutôt à leur acquisition, comme par exemple: La variation de l'éclairage, l'orientation et l'inclinaison des chiffres manuscrits dans le plan de l'image. Un système automatique de reconnaissance des chiffres manuscrits "*performant*" doit être en mesure de résoudre ces problèmes. Les systèmes de reconnaissance des chiffres manuscrits peuvent être utilisés pour: traitement des chèques postaux, traitement des formulaires, l'interaction Homme - Machine, etc.

Pour effectuer la reconnaissance optique des caractères (OCR), il faut concevoir un système qui permet de segmenter l'image numérisée d'un texte (sous format papier) en mots et en caractères isolés. Le système doit apprendre aussi à distinguer la forme de chaque caractère dans un vocabulaire de taille souvent importante, il doit en plus être capable de la distinguer dans chacun des styles typographiques (police).

Vu la multitude de police de caractères utilisés dans les différents documents, un processus stochastique permet de rassembler au sein d'un même modèle les alternatives de représentation de chaque caractère, en faisant ressortir les primitives caractéristiques. Cependant les modèles de Markov (HMM) connaissent un essor important en reconnaissance des caractères.

Nous allons présenter dans cet article, une nouvelle technique de reconnaissance de chiffres manuscrit basé sur la méthode Markovienne pseudo 2D discret utilisant l'algorithme de K-means pour l'initialisation des modèles PHMM, ainsi un nouveau critère de choix de paramètres pour la représentation des observations.

2. Reconnaissance des chiffres manuscrits [14][1]

On classe souvent les méthodes de reconnaissance en fonction du mode d'acquisition de l'écriture.

L'écriture *en ligne* (ou *dynamique*) est obtenue par une saisie en continue et se présente sous la forme d'une séquence de points ordonnés dans le temps. Dans ce cas, la donnée est de type signal et l'approche doit tirer profit de la représentation temporelle. L'analogie avec la reconnaissance de la parole est très fréquente et il n'est pas rare de voir des chercheurs appliquer des techniques issues de ce domaine.

L'écriture *hors-ligne* (ou *en différé*, ou encore *statique*) est obtenue par la saisie d'un texte déjà existant, obtenue par un numériseur ou une caméra. Dans ce cas, on dispose d'une image binaire ou en niveaux de gris, ayant perdu toute information temporelle sur l'ordre des points.

Les types de critères peuvent influencer la complexité des systèmes de reconnaissance. Ils sont relatifs aux variations intrinsèques de l'écriture, dans un contexte d'écriture cursive. Parmi ces variations, on peut noter :

- Les variations *propres au scripteur*, traduisant le style personnel en termes de rapidité, de continuité et de régularité. Tous ces éléments influent sur la forme des lettres (écriture penchée, bouclée, arrondie, linéaire, etc.) et bien sûr la forme des ligatures, compromettant parfois le repérage des limites entre lettres.
- Les variations propres à l'écriture manuscrite; La forme d'un caractère dépend de sa position par rapport aux caractères voisins.

Toutes ces variations vont conduire à des formes morphologiques (dessins) différentes du même caractère (chiffre), appelées *allographes*.

3. Les HMM [7]

Les modèles de Markov cachés HMM (**H**idden **M**arkov **M**odel) sont utilisés pour caractériser les propriétés statistiques d'un signal. Un HMM noté $\lambda=(A,B,\pi)$ est défini par deux processus aléatoires; le premier consiste en une chaîne de Markov dont les états sont inobservables qu'à travers le deuxième processus qui est directement lié avec l'ensemble des observations, en bref, les éléments d'un HMM sont :

- N états représentés par $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$; l'état du système à l'instant t est : $X_t \in S$ avec $1 \leq t \leq T$ T : la longueur de la séquence d'observation.
- M symboles d'observation représentés par $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$, l'observation à l'instant t est : $O_t \in V$ avec $1 \leq t \leq T$.

La matrice de transition de probabilité, pour la chaîne de Markov : $A_{[N \times N]} = (a_{ij})$ ou a_{ij} représente la probabilité que le modèle évolue de l'état S_i vers l'état S_j . Soit dans le cas général.

$$a_{ij} = P(X_{t+1} = s_j / X_t = s_i) \text{ avec } \begin{cases} 1 \leq i, j \leq N & \text{et } 1 \leq t \leq T \\ 0 \leq a_{ij} \leq 1 & \text{et } \sum_{j=1}^N a_{ij} = 1 \end{cases}$$

- La matrice de probabilité d'observation des symboles pour chaque état du modèle, on distingue les deux cas suivants :

1. L'ensemble des observations est dénombrable, il est possible d'affecter une probabilité d'observer chaque symbole en faisant, par exemple, des statistiques.

Dans ce cas, on utilise un HMM discret où les observations sont des symboles discrets choisis d'un alphabet fini ($V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$). La matrice des observations est $B_{[N \times M]} = (b_j(k))$ où $b_j(k)$ représente la probabilité d'observer le symbole v_k étant trouvé à l'état S_j soit :

$$b_j(k) = P(O_t = v_k / X_t = s_j) \text{ avec } \begin{cases} 1 \leq j \leq N & \text{et } 1 \leq t \leq T \\ 0 \leq b_j(k) \leq 1 & \text{et } \sum_{k=1}^M b_j(k) = 1 \end{cases}$$

2. L'ensemble des observations est "infini". Dans ce cas, on cherche la distribution des observations pour obtenir la probabilité d'observer un vecteur par la suite.

Dans ce cas, on utilise un HMM "continu" où les observations sont caractérisées par des fonctions de densité de probabilité (FDP) continues, en général on prend comme FDP la mixture finie qui a la forme suivante (pour une observation O_t) :

$$b_{O_t}(j) = \sum_{k=1}^M c_{jk} \cdot g(\mu_{jk}, v_{jk}, O_t)$$

où :

- c_{jk} : le poids de la $k^{\text{ème}}$ Gaussienne pour l'état s_j ,
- $g(\mu_{jk}, v_{jk}, O_t)$: valeur de la Gaussienne au points O_t ,
- μ_{jk} : le vecteur moyen
- v_{jk} : la matrice de variance / covariance

La valeur d'une gaussienne de moyenne μ_{jk} et de matrice de variance/covariance v_{jk} au vecteur O_t est donnée par la formule : [10]

$$g(\mu_{jk}, v_{jk}, O_t) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \left(\sqrt{|\det(v_{jk})|} \right)} e^{-\frac{1}{2} (O_t - \mu_{jk})^T v_{jk}^{-1} (O_t - \mu_{jk})}$$

Avec n est la dimension du vecteur O_t .

- Un ensemble de densités de probabilités initiales $\Pi = \{\pi_i\}; i = 1, 2, \dots, N$ où π_i représente la probabilité que l'état de départ de modèle soit s_i . Soit :

$$\pi_i = P(X_1 = s_i) \text{ avec } \begin{cases} 1 \leq i \leq N \\ 0 \leq \pi_i \leq 1 \text{ et } \sum_{i=1}^N \pi_i = 1 \end{cases}$$

4. Les modèles de Markov Pseudo 2D Discret (PHMM)

Les HMMs, en tant qu'outils statistiques, permettant de calculer la probabilité d'appartenance d'une forme à une classe en fonction du degré de distorsion subi par cette forme. L'utilisation de ces HMMs en RAE (reconnaissance automatique de l'écriture) a permis, d'obtenir des résultats intéressants pour certaines applications mais les expérimentations ont très vite montré l'insuffisance des HMMs 1D pour modéliser l'écriture car les modèles HMMs 1D sont conçus pour modéliser un processus unidimensionnel, une succession linéaire d'observations, or l'écriture est essentiellement un phénomène bidimensionnel. Pour cela, la nature 2D de l'écriture (différence fondamentale avec la parole) a permis de penser que des améliorations plus importantes peuvent être apportées en étendant les HMMs 1D à deux dimensions appelés Embedded Hidden Markov Model (PHMM).

4.1 La structure d'un HMM pseudo 2D [2] [3] [9]

On a décrit la structure d'un HMM à une dimension utilisé pour la reconnaissance, le modèle PHMM (Embedded Hidden Markov Model) présente une architecture similaire à celle du modèle 1DHMM avec quelques extensions.

L'architecture générale d'un PHMM (voir la figure 1) inclut un modèle principal composé de super états auxquels sont associés des modèles secondaires.

Les éléments du PHMM $\eta = (A_0, \pi_0, \Lambda)$ sont :

Un HMM encadré est caractérisé par :

1. $S_0 = \{S_{0i}, i = 1, 2, \dots, N_0\}$ Un ensemble de N_0 super états.
2. $A_0 = \{a_{0,ij}\} 1 \leq i, j \leq N$ où $a_{0,ij}$ est la probabilité de passer du super état i au super état j :
 $a_{0,ij} = P(q_{0,t+1} = S_{0,j} | q_{0,t} = S_{0,i})$
 A_0 est la matrice de probabilité de transitions entre super états.
3. $\Pi_0 = \{\pi_{0,i}\}$ où $\pi_{0,i} = P(q_{0,1} = S_{0,i})$ Vecteur des probabilités initiales des super états, qui représente la probabilité de commencer par l'état S_{0i} .
4. Chaque super état est un HMM 1D qui est caractérisé par :
 - 4.1. $S_1^K = \{S_{1,i}^K, i = 1 \dots N_1^K\}$ un ensemble de N_1^K d'état où N_1^K représente le nombre d'états du HMM dans le super état K .
 - 4.2. $A_1^K = \{a_{1,ij}^K, i, j = 1 \dots N_1^K\}$ où $a_{1,ij}^K$ est la probabilité de passer de l'état i à l'état j en étant dans le super état K . $a_{1,ij}^K = P(q_{t+1}^K = S_{1,j}^K | q_t^K = S_{1,i}^K)$, A_1^K Est la matrice des probabilités de transitions entre états dans le super état K .
 - 4.3. $\Pi_1^K = \{\pi_{1,i}^K, i = 1 \dots N_1^K\}$ où $\pi_{1,i}^K$ est la probabilité de commencer par l'état i du super état K . Π_1^K est le vecteur de distribution des probabilités initiales des états encadrés.

4.4. $B^K = \{b_j^K(O_{t0t1})\}$ où $b_j^K(O_{t0t1})$ est la probabilité d'observer le vecteur O_{t0t1} dans l'état j en étant dans le super état K .

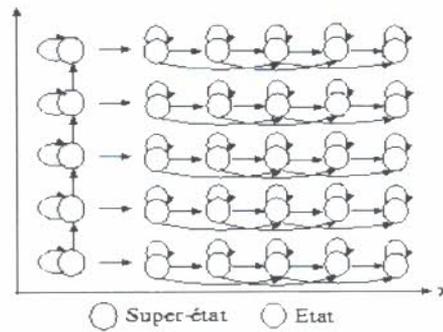


Fig. 1 : Exemple d'architecture d'un PHMM.

5. Présentation de l'approche

L'approche "Markovienne" pour la reconnaissance des chiffres manuscrits, associe un PHMM à chaque chiffre, les éléments de cet PHMM (chaîne de Markov, probabilités initiales, les densités de probabilités de transition entre super-états, les densités de probabilités de transition entre état et les densités de probabilités d'observations du modèle HMM) caractérisent les propriétés statistiques des images de chaque chiffre qui entrent dans la création de son modèle, cela constitue une sémantique que nous pouvons donner aux PHMM. Nous avons utilisé un PHMM gauche droite à N états.

Premièrement, nous devons choisir les images de chiffres d'une classe qui vont entrer dans la création de son modèle PHMM, ces images sont choisies de façon à représenter les changements suivants : éclairage, rotation, l'inclinaison, et différentes déformation pour chaque chiffre.

Après avoir choisi les images d'apprentissage, nous avons transformé chacune d'elles en un ensemble de vecteurs d'observation à l'aide de la procédure d'extraction des observations ou chaque observation est représentée par un vecteur de quatre composantes $V=(o_1,o_2,o_3,o_4)$. Tel que :

- O_1 : La valeur du pixel (0 : noir, 1: blanc) ;
- O_2 : Le voisinage du pixel ;
- O_3 : La position relative du pixel dans la ligne ;
- O_4 : La position relative du pixel dans la colonne.

Afin d'avoir une matrice d'observation de chaque chiffres dont chaque élément est un vecteur de quatre composantes.

Voici un modèle PHMM dédié pour le chiffre « 8 » : (voir figure 2).

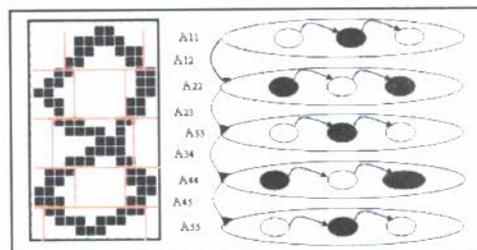


Fig.2 : Exemple de PHMM dédié pour le chiffre « 8 ».

5.1 Initialisation des modèles

Après avoir transformé les images des chiffres en matrice d'observation, on passe à l'initialisation des modèles de chaque classe de chiffre, nous avons utilisé un modèle initial pour chaque classe en utilisant l'algorithme de K-means décrit par la procédure suivante.

- Choisir un ensemble des images de caractères de différentes tailles, inclinaisons et conditions d'acquisition ;
- Faire une segmentation manuelle de toutes les images ;
- Les probabilités de transition entre super état a_{kl} sont calculées comme suit : $a_{kk} = \frac{S_k}{\sum_{l=k} S_l}$

et $a_{k,k+1} = 1 - a_{kk}$ Avec S_k : nombre de pixels dans le super état k , N : le nombre de super états.

- les transitions entre états sont données par : $a_{ii}^k = \frac{S_i^k}{\sum_{j=i} S_j^k}$ et $a_{i,i+1}^k = 1 - a_{ii}^k$ Avec S_i^k :

nombre de pixels dans le super état k du super état i , N^k : le nombre d'états dans le super état k .

5.2 Fixer les paramètres initiaux

Un certains nombre de paramètres doivent être initialisés afin de suivre l'opération de construction des modèles. Parmi les paramètres qui doivent être initialisés, nous pouvons citer :

- La hauteur et la largeur de l'image.
- Le nombre de super-états de chaque modèle ;
- Le nombre d'état de chaque super-état ;
- La hauteur et le Top (point supérieur de l'image) de chaque super-états ;
- La largeur et le point Top-left (point supérieur gauche) de chaque état.

5.3 Ré-estimation des modèles

Après avoir fixé les paramètres initiaux, et après avoir aussi initialisé tout les modèles, on entame directement la dernière étape de ré-estimation. La ré-estimation des paramètres du PHMM est nécessaire pour ajuster les paramètres du modèle en utilisant plusieurs exemples (modèles d'apprentissage) et en respectant certains critères d'optimisation. L'algorithme utilisé pour la ré-estimation de ses paramètres pour le cas est directement dérivé de l'algorithme de Baum-Welsh pour l'apprentissage des modèles utilisé pour les HMMs standard. En effet, il suffit juste de le généraliser et l'adapter pour que les équations soient conformes aux nouvelles données. Nous considérerons le cas où les observations sont discrètes. La procédure de ré-estimation est décrite par l'algorithme suivant :

Etant donnée les R séquences d'observations ; $O = \{O^1, O^2, \dots, O^R\}$

- λ est une structure de **PHMM** ;
- Choisir un paramétrage initial $\eta = (\pi_0, A_0, \Lambda)$;

Répéter

- Pour chaque séquence d'observation $O^r \in O$

Faire

- Pour chaque super état $q^k \in Q$;

Faire

- ❖ Calculer les valeurs des variables $\alpha_{yx}(k, i)$;
- ❖ Calculer les valeurs des variables $\beta_{yx}(k, i)$;

Fait

- Calculer les valeurs P_y^k ;
- Calculer les valeurs des variables $\alpha_y(k)$;
- Calculer les valeurs des variables $\beta_y(k)$;
- Calculer la probabilité **IMAG-PROB** pour chaque image ;

Fait

- Ré-estimer les paramètres du **PHMM** $\eta = (\pi_0, A_0, \Lambda)$;

Jusqu'à un critère d'arrêt.

Si cette opération de création du modèle est appliquée à chaque modèle de la base, on obtiendra une base d'apprentissage optimale.

6. Reconnaissance

La reconnaissance peut se faire simplement en évaluant la probabilité à posteriori $P(O|\eta)$ du caractère à identifier, nous transformons l'image binarisée du caractère inconnu en une matrice d'observations par la procédure d'extraction des observations, nous parcourons l'ensemble des modèles et à chaque fois nous évaluons les variables Forward Backward 1D, puis les variables Forward Backward du modèle pour calculer $P(O|\eta)$ et nous décidons sur un caractère dont le modèle maximise cette quantité.

7. Formalisation [9][8][5]

- Evaluation de la probabilité d'une observation

Il s'agit de calculer la probabilité d'une suite d'observation, étant donné un HMM λ , pour cela on utilise :

Variable α :

Initialiser $\alpha_0(i)$ comme suit :

$$\alpha_0(i) = \pi_i \text{ et } \alpha_1(i) = \alpha_0(i)h_1(i) \quad 1 \leq i \leq N$$

Ensuite et par induction calculer :

$$\alpha_t(j) = b_t(j) \sum_i \{\alpha_{t-1}(i) a_{ij}\} \quad 1 < t \leq T \text{ et } 1 \leq i \leq N$$

Variable β :

Initialiser $\beta_T(i)$:

$$\beta_T(i) = 1 \quad 1 \leq i \leq N$$

Par induction calculer :

$$\beta_t(i) = \sum_j \{a_{ij} b_{t+1}(j) \beta_{t+1}(j)\} \quad 1 \leq t < T \text{ et } 1 \leq i \leq N$$

$$\beta_0(i) = b_1(i) \beta_1(i) \quad 1 \leq i \leq N$$

Evaluation

L'évaluation de la probabilité $P(O|A)$ pour une image se fera par l'évaluation horizontale suivant les modèles horizontaux puis une évaluation suivant le modèle verticale.

En fin, la probabilité peut être calculée de trois façons :

1. $P(O/\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i) \beta_T(i)$

2. $P(O/\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$

3. $P(O/\lambda) = \sum_{i=1}^N \pi_i \beta_0(i)$

- Ré-estimation des a_{ij} entre super-états :

$$a_{0,ij} = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_y \gamma_y^{(r)}(i, j)}{\sum_{r=1}^R \sum_y \gamma_y^{(r)}(i)}$$

- Ré-estimation de A :

$$a_{i,j,l} = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_y \sum_{x=1}^X \gamma_{y,x}^{(r)}(i, j, l)}{\sum_{r=1}^R \sum_y \sum_{x=1}^X \gamma_{y,x}^{(r)}(i, j)}$$

- Ré-estimation de B :

$$b_j^i(k) = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{(v,x) \in \mathcal{O}_{x=|l|} = \mathcal{V}_r} \gamma_{v,x}^{(r)}(i, j)}{\sum_{r=1}^R \sum_y \sum_{x=1}^X \gamma_{y,x}^{(r)}(i, j)}$$

8. Tests et résultats

Après avoir modélisé le problème de la reconnaissance de chiffres manuscrits par les Modèles de Markov pseudo 2D Discret, nous avons effectué des tests qui peuvent nous indiquer sur la robustesse de la technique adoptée.

Nous concevons une base d'apprentissage multi scripteur suffisante. Les chiffres, étant écrits sans contrainte par dix scripteurs, dix fois pour chacun. Pour déterminer le taux de reconnaissance exact du système, nous avons utilisé 70 échantillons pour l'apprentissage et 30 pour le test (voir fig. 3).

Le seuil de convergence est un paramètre critique dont il faut tenir compte. Un seuil commun pour tous les modèles conduit à des modèles qui n'ont pas le même degré

d'optimalité c'est-à-dire que les paramètres de certains modèles seront très satisfaisants, par contre les paramètres d'autres modèles seront moins satisfaisants.

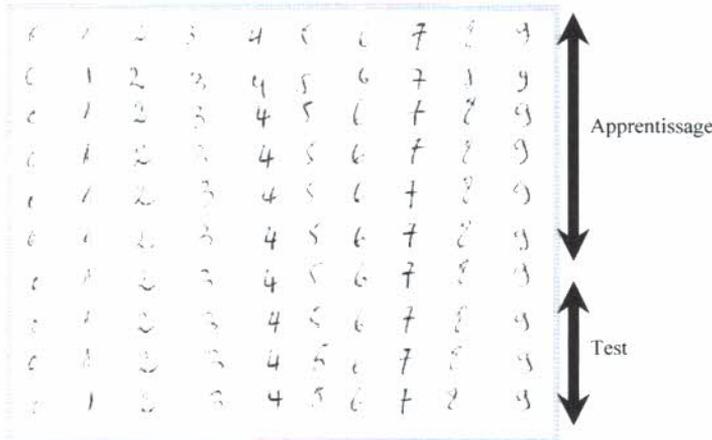


Fig. 3 : Base d'apprentissage et de test pour la reconnaissance des chiffres manuscrits.

Une étude soignée de l'influence du seuil, afin d'obtenir des modèles optimaux nous a permis d'accepter un seuil de 10^{-6} , pour le reste des tests.

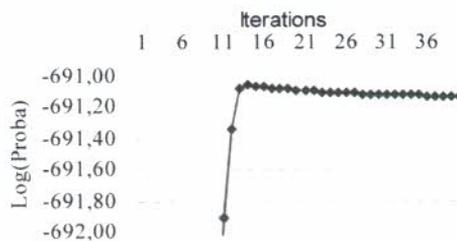


Fig. 4 : Evolution de $\log(p(O|A))$ en fonction du nombre d'itérations.

L'apprentissage des chiffres manuscrits était délicat à cause de la variabilité de l'écriture et des scripteurs. Il n'est pas souvent facile de déterminer des modèles de représentation des classes pour les échantillons sélectionnés. Si l'on autorise l'adaptation avec les mêmes scripteurs pendant la phase expérimentale, on assure un taux de reconnaissance jusqu'à 75%, ce qui traduit des performances satisfaisantes. Mais une fois qu'on a affaire à des chiffres d'un scripteur inconnu, le taux de réussite diminue à 62.7%.

9. Conclusion

Nous avons développé un système de reconnaissance des chiffres manuscrits basé sur la méthode de Markov Pseudo 2D Discret. En exploitant l'efficacité de cette modélisation, nous avons essayé de résoudre le problème de la multi variabilité de la forme, ainsi le problème de la dimension du problème d'OCR en proposant les modèles de Markov cachés pseudo 2D, de l'autre côté les problèmes liés au condition d'acquisition sont pris en compte par la solution. Les résultats obtenus sont satisfaisants. Néanmoins, il faut seulement signaler que les performances du système reposent essentiellement sur le bon choix des paramètres de représentation.

Comme perspective, nous proposons de résoudre les problèmes rencontrés à savoir la représentation des observations, en appliquant les modèles de Markov cachés pseudo 2D continu afin d'obtenir une meilleure exactitude.

10. Références

- [1] A. Belaid, Y. Belaid, *Reconnaissance Des Formes Méthodes et Applications*, InterEditions, Paris, 1992.
- [2] L. S. Oliveira, R. Sabourin, F. Bortolozzi and C.Y. Suen, "Feature Selection Using Multi-Objective Genetic Algorithms for Handwritten Digit Recognition", 16th International Conference on Pattern Recognition (ICPR 2002), vol I pp. 568-571, Quebec City, CA, August 11-15, 2002.
- [3] O. D. Trier, A. K. Jain and T. Taxt, "Feature Extraction Methods for Character recognition - a Survey", *Pattern recognition*, Vol 29, No. 4, pp. 641-662, 1996.
- [4] A. El Yacoubi, "Modélisation markovienne de l'écriture manuscrite, application à la reconnaissance des adresses postales". Thèse de doctorat, Université de Rennes 1, 1996.
- [5] M.A. Mahjoub, "Application des modèles de Markov cachés stationnaires et non stationnaires à la reconnaissance en-ligne des caractères arabes", Thèse de doctorat, Université des sciences, des techniques et de médecine de Tunis, Tunisie, 1999.
- [6] O. E. Agazzi and Kuo, "Hidden Markov Model Based Optical Character Recognition in the Presence of Deterministic Transformation", *Pattern Recognition*, 26(12):1813-1826, February 1993.
- [7] L. R Rabiner, "A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition", *Proceedings of the IEEE*, 77(2), February 1989.
- [8] S. Marchand-Maillet, "1D and Pseudo-2D Hidden Markov Models for Image Analysis", Theoretical Introduction, Technical Report RR-99-49, November 30, 1999.
- [9] A. Nefian, "A Hidden Markov Model Based Approach for Face Detection and Recognition", Georgia Institute of technology August 1999.